



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 230

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

აღვნიშნავთ, რომ a, b, c და a, b, c შეუძლია ყოველი
~~საქმის~~ მათ ~~დაცვა~~ ~~შეცვა~~ ~~ბა~~ ერთა შეუძლია ყოველი
 საქმის დასრულებს 2010-ან. ზეგნ a, b, c შეუძლია
~~საქმის~~ ~~საქმის~~ a, b, c და a, b, c საბოლოოდ
 a, b, c საქმის ვეზინ ვეი ვიკეტელ და მიხომ იხილვა.
 ე.ი. a, b, c ყოველი დასრულ შეხვედრებში ავტომატურად
 16მთი ხანის, ხოლო შეხვედრებში a, b, c
 და სხვა ვეიკეტელ 1006 ხვედრები ხანის (თითო ვეიკეტელ
 ათე თითო ვეიკეტელ ათი ვეიკეტელ მესამ ზეგნ
 მოხვედრის თი თითო აქვს, თითოეი ვეიკეტელ a, b, c
 დასრულებს. ვეიკეტელი ვეიკეტელი. a, b, c მოხვედრებში
 ხანის, ზეგნ ვეიკეტელი ყოველი ხვედრებში, მოხვედრის
 ათე. ყოველი თი ვეიკეტელი თითო ვეიკეტელი ვეიკეტელი
 ათე a, b, c ვეიკეტელი a, b, c $(a_1, a_2) (a_3, a_4) \dots$
 $\dots (a_{2011}, a_{2012})$ ვეიკეტელი $(a_1, a_2) (a_2, a_3) (a_3, a_4) (a_4, a_5) \dots$
 $\dots (a_{2009}, a_{2010}) (a_{2010}, a_{2011})$ და მიხომ შეხვედრებში.
 ხოლო a, b, c მოხვედრებში (a, b) რომ იხილ შეხვედრის
 ათე 16მთი ხანის და სხვა მოხვედრებში ხვედრები



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 230

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

შევიძინა ასეთი სტრუქტურა: თუ მიიღებთ მისი რომელიმე ნაწილს
ესი სტრუქტურის ვარიანტი, გვერდით a^2 . მაშინ ამ მიიღებთ
ეს სტრუქტურა ~~ეს~~ $\lfloor \sqrt{a_{p+1}} \rfloor = \lfloor \sqrt{a_{p+2}} \rfloor = \lfloor \sqrt{a_p} \rfloor = a$ ეს სტრუქტურა.

$a_p = a^2 \lfloor \sqrt{a_p} \rfloor = a$

სწორად.

$a_{p+1} = a^2 + a \lfloor \sqrt{a_p^2 + a} \rfloor = a$

$a_{p+2} = a^2 + 2a \lfloor \sqrt{a^2 + 2a} \rfloor = a$

ასევე შევიძინა, რომ თუ მიიღებთ არ შეიძლება სხვა ნაწილს
სტრუქტურის ვარიანტი a^2 . მაშინ a -ის სტრუქტურა იქნება მხოლოდ იმ სტრუქტურის
ფაქტორი მათი ნაწილი, მათგან. თუ

$a_t = a^2 + x$ (სადა $1 \leq x \leq a$ (თუ $x > a$ მაშინ განვიხილავთ a_{t+1})).
P.S. $a^2 < a_t < (a+1)^2$

$\lfloor \sqrt{a_t} \rfloor = a$

$a_{t+1} = a^2 + a + x \Rightarrow \lfloor \sqrt{a_{t+1}} \rfloor = a$

სადა $a_{t+2} = a^2 + 2a + x$.
 $a^2 + 2a + x$ ავიღებთ მხოლოდ $> a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$

ი.ე. $t+2$ -ე სტრუქტურა იქნება მხოლოდ იმ სტრუქტურის
ფაქტორი a -ის სტრუქტურა.

შევიძინა ისეთი, რომ ჩვენთვის სხვა სტრუქტურა a -ის სტრუქტურა
მიიღებთ მხოლოდ მათგან. სხვა სტრუქტურა განვიხილავთ შემდგომში
 a_t და a_{t+1} -ის მიხედვით შევძლებთ, თუ იგი მიიღებთ a
დავივიწყებთ, შევიძინა ჩვენთვის, რომ დავივიწყებთ.

დავივიწყებთ, რომ თუ მიიღებთ მისი სტრუქტურა
სტრუქტურა მათგან, მაშინ იქნება მხოლოდ.



მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 230

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

~~ვთქვით $a_n = a^2$, მინი ვივსებოთ a_{n+m} ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_m = b^2$.
თუ a_n და a_{n+m} ვთქვით a_{n+m} ვთქვით a_{n+m} ვთქვით a_{n+m} ვთქვით a_{n+m} .
ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_m = b^2$. მინი ვივსებოთ a_{n+m} ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_m = b^2$.~~

$$a_{n+m} = a_n + 3 \cdot a + 2(a+1) + \dots + 2$$

ახლა ვივსებოთ, რომ თუ ვივსებოთ a_{n+m} ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_m = b^2$.
ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_m = b^2$.
ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_m = b^2$.

$$a_m = a_n + 3 \cdot a + 2 \cdot (a+1) + \dots + 2 \cdot (b-1) =$$

$$= a_m = a_n + a + 2(a + (a+1) + (a+2) + \dots + (b-1)) = a_n + a + 2 \left(\frac{(b-1)b}{2} - \frac{(a-1)a}{2} \right) =$$

$$= a_n + a + b(b-1) - a(a-1) = a_n + a + b^2 - b - a^2 + a = a^2 + a + b^2 - b - a^2 + a =$$

$$= 2a + b^2 - b = b^2. \text{ ე.ი. } b = 2a.$$

ახლა ვივსებოთ, რომ თუ ვივსებოთ a_{2a+1} ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და a_{2a+1} .
ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და a_{2a+1} .
ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და a_{2a+1} .

$$a_{2a+1} = a^2 + 3 \cdot a + 2 \cdot (a+1) + \dots + 2(2a-1) = a^2 + a + 2(a + (a+1) + (a+2) + \dots + (2a-1)) =$$

$$= a^2 + a + 2 \left(\frac{(2a-1) \cdot 2a}{2} - \frac{a(a-1)}{2} \right) = a^2 + a + (2a-1)2a - a(a-1) =$$

$$= a^2 + a + 4a^2 - 2a - a^2 + a = 4a^2 = (2a)^2. \text{ ეს ჩვენი ვთქვით } a_{2a+1} = (2a)^2.$$

ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_{2a+1} = (2a)^2$.
ჩვენი ვთქვით $a_n = a^2$ და $a_{2a+1} = (2a)^2$.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № [REDACTED]

28.04.2012/ მათ/ III/ 230

ამოცანა № 3

გვერდი № 3

დასაბუთებელი აღვჩინ, რომ ყველა მძევს მიძევს ხომალდი ერთ
შესაბამისად.
ვაჩვენოთ რომელიმე მიძევს ხომალდი a^2+x . $1 \leq a \leq a$.
(თუ $a > a$ მძევს ვაჩვენებთ a^2+x-a და $a-a-1$ უძველესი
ა-ის. ხომალდი უკვე ვაჩვენოთ, მიძევს მძევს ან $\frac{1}{2}$ მიძევს)
მძევს ვაჩვენებთ $a+a$ მძევს (თუ მძევს რომელიმე
შესაბამისად ამოქმედებთ) და თუ $a+a$ -ე მძევს
მიძევს ან შესაბამისად, მძევს $a+x$ იქნება.
$$a_{a+x} = a^2+x + 2 \left(\frac{(a+x-1)(a+x)}{2} - \frac{(a-1)a}{2} \right) = a^2+x + (a+x-1)(a+x) -$$

$$-(a-1)a = a^2+x + (a+x)^2 - (a+x) - a^2 + a = a^2+x + (a+x)^2 - a - x -$$

$$a^2 + a = (a+x)^2$$
. ამ შესაბამისად. ე.ი. აღვჩვენებთ,
რომ ყველა მძევს მიძევს შესაბამისად, ამას
ვაჩვენებთ. (თუ ამ a^2 ამ $(2a)^2$ ან $(4a)^2 \dots$)
ეს არ უძველესი იქნება, რომ $\forall m \in \mathbb{N}$ -ისთვის $\exists k \in \mathbb{N}$ რომ
 $k > m$ და a_k ამ შესაბამისად. ხ.პ.შ.